

Тема 13. Корневые оценки качества САР

Корневые методы оценки качества регулирования

Корневые методы оценки основаны на зависимости характера переходного процесса от распределения нулей и полюсов передаточной функции системы. В обычном случае, когда числитель передаточной функции равен постоянной величине (нули отсутствуют), качество переходного процесса в системе можно оценить по ее полюсам, т.е. корням характеристического уравнения замкнутой системы. Для этого на плоскости корней выделяют область, в которой располагаются все корни характеристического уравнения системы (рисунок 13.1).

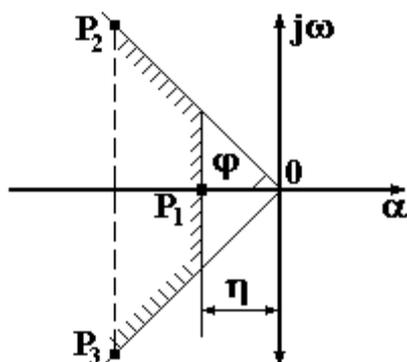


Рисунок 13.1

Эта область, выделенная на рисунке 13.1 штриховкой, характеризуется двумя показателями:

1) Степенью устойчивости η , соответствующей расстоянию от мнимой оси до ближайшего корня или пары сопряженных комплексных корней. Степень устойчивости характеризует предельное быстродействие системы, т.к. величина η принадлежит той составляющей переходного процесса, которая затухает медленнее всех остальных. Время регулирования $t_p \approx \frac{3}{\eta}$,

если ближайшим к мнимой оси является вещественный корень, и не превосходит этого значения, если ближайшей к мнимой оси является пара сопряженных комплексных корней.

2) Степенью колебательности m , определяемой котангенсом угла φ , образованного отрицательной вещественной полуосью и лучом, проведенным из начала координат к корню, образуемому наибольший такой угол, т.е. $m = \text{ctg} \varphi = \frac{\alpha}{\omega}$, где α - вещественная, а ω - мнимая часть

комплексного корня. Если ближайшей к мнимой оси является пара сопряженных комплексных корней, то значению степени колебательности m приблизительно соответствует перерегулирование $\sigma \leq e^{-\pi m} \cdot 100$ %. Таким образом, чтобы система обеспечивала заданные значения быстродействия и колебательности необходимо, чтобы все корни характеристического

уравнения системы вписывались в угол 2φ и находились на расстоянии не ближе η к мнимой оси.

Единичные воздействия (ударные) считаются наиболее неблагоприятными, поэтому оценки качества, определяемые при таком воздействии, являются оптимальными.

Оценка качества производится по временной характеристике $h(t)$, которая отражает переходной процесс. Оценки, получаемые непосредственно по графику $h(t)$ называются *прямыми*.

К ним относятся:

а) время регулирования t_p (время переходного процесса) – минимальное время, по истечении которого выполняется неравенство

$$|h(t) - h_\infty| \leq \Delta, \quad (13.1)$$

где Δ - заданный допустимый коридор изменения $h(t)$, обычно $\Delta = 0.05h_\infty = 5\%$ от h_∞ ;

б) перерегулирование σ - максимальное динамическое относительное отклонение переходной характеристики от h_∞ , выраженное в %

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h_\infty}{h_\infty} \times 100\%, \quad (13.2)$$

оптимальные значения $\sigma = 10 \dots 30\%$;

в) степень затухания переходного процесса ψ

$$\psi = \frac{A_1 - A_2}{A_1} \times 100\%, \quad (13.3)$$

где A_1 и A_2 – амплитуды первой и второй положительных гармоник.

Оптимальные значения $\psi = 75 \dots 90\%$;

г) абсолютная установившаяся ошибка регулирования (для статических систем) ξ_∞ .

$$\xi_\infty = 1 - h_\infty [\text{ед. вых. величины}]. \quad (13.4)$$

Величина ξ_∞ задаётся, исходя из особенностей технологического процесса;

д) число полных колебаний переходной характеристики $h(t)$ за время регулирования t_p , наиболее часто допустимое число колебаний $n=1 \dots 3$.

Пример. На рисунке 10.1 представлен график переходной характеристики САР

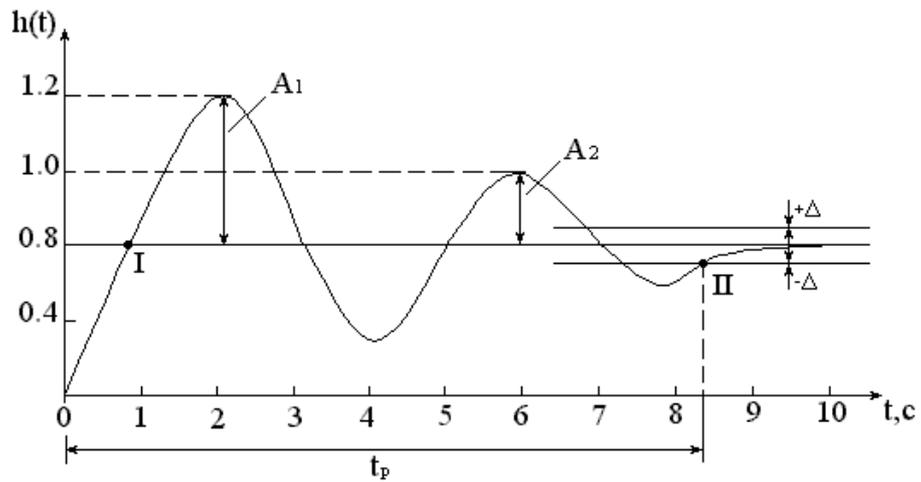


Рисунок 13.1

Необходимо найти прямые оценки качества САР.

Решение. По графику $h(t)$ определяем: $h_{\infty} = 0.8$; $h_{\max} = 1.2$; $\Delta = \pm 0.05h_{\infty} = \pm 0.04$; $A_1 = 1.2 - 0.8 = 0.4$; $A_2 = 1.0 - 0.8 = 0.2$. Находим время регулирования t_p . Для этого от h_{∞} вверх и вниз откладываем значение $\Delta = 0.04$ и проводим линии параллельные оси времени. Отмечаем момент, когда $h(t)$ пересекает границу допустимого коридора и остаётся в нём. Соответствующее значение $t_p = 8.4$ с. Определяем перерегулирование по формуле (13.10) $\sigma = \frac{1.2 - 0.8}{0.8} \times 100\% = 50\%$. Определяем степень затухания переходного процесса по формуле $\psi = \frac{0.4 - 0.2}{0.4} \times 100\% = 50\%$. Находим число

полных колебаний за время t_p , т.е. число колебаний между точками I и II, $n=2$. Находим установившуюся ошибку регулирования по формуле $\xi_{\infty} = 1 - 0.8 = 0.2$.

Анализ показателей качества САР показывает:

- быстродействие системы ниже оптимальных значений $\psi < 75\%$;
- динамическая ошибка выше оптимальных значений $\sigma > 30\%$;
- статическая ошибка достаточно велика $\xi = 0.2$.

Вывод: если подобные показатели качества недопустимы при ведении процесса, в САР необходимо ввести коррекцию с целью их улучшения.